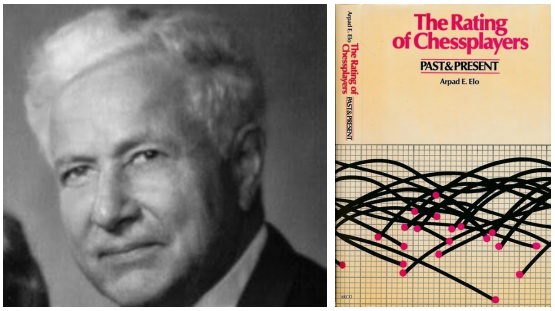
Wie werden Schachleistungen durch die Elo-Zahl bewertet?

Ehrhard Behrends (Lasker Steglitz-Wilmersdorf). Oktober 2026. eb@ehrhard-behrends.de .

Elo-Zahlen sind für Vereinsspieler allgegenwärtig. Nach diesen Zahlen wird am Anfang eines Turniers die Reihenfolge festgelegt, und die meisten informieren sich vor einer Partie anhand dieser Bewertung über die gegnerische Spielstärke.

Das Elo-System wurde 1960 von dem ungarisch-US-amerikanischen Physikprofessor und Schachspieler Arpad Elo vorgeschlagen und 1970 vom Weltschachbund FIDE (Fédération Internationale des Échecs) in Siegen übernommen. Es nutzt Ideen des Mathematikers Zermelo aus den Zwanzigern des vorigen Jahrhunderts.



Arpad Elo und sein Buch

In diesem Artikel sollen die Ideen erklärt werden, nach denen dieses System von Elo entwckelt wurde. Doch vorher eine

Vorbemerkung: Es kommt ein bisschen Mathematik vor. Ganz junge Spielerinnen und Spieler müssen vielleicht noch ein paar Jahre warten, bis das im Unterricht behandelt wird. Und einige ältere, die beruflich nicht viel mit Mathematik zu tun haben, könnten das vergessen haben. Deswegen wird es ausführliche Erläuterungen geben.

Als Autor möchte ich an ein Zitat von Albert Einstein erinnern:

> *Versuche, es so einfach wie möglich zu erklären. Aber nicht einfacher.*

Ich habe nach Kräften versucht, mich daran zu halten.

Und noch etwas. Leserinnen und Leser, die an den genauen mathematischen Einzelheiten nicht so interessiert sind, können gleich zu den Abschnitten 3 und 4 weiterblättern.

Der Inhalt:

1. **Einige mathematische Begriffe**
2. **Die Elo-Wertung**
3. **Folgerungen**
4. **Ergänzungen**

1. Einige mathematische Begriffe

1.1 Gewinnerwartung

Angenommen, zwei Schachspieler A und B spielen sehr oft gegeneinander. Die Aussage „A ist besser als B“ wäre sicher dann gerechtfertigt, wenn A öfter gewinnt als B. Das soll nun mit einer Zahl versehen werden. Wir zählen wie bei einem Turnier:

- Ein Sieg gibt einen Punkt.
- Ein Remis zählt $1/2$.
- Eine Niederlage wird mit Null gewertet.

Wenn zum Beispiel A und B 100 Spiele spielen und es für A das Ergebnis

65 Siege, 12 Remis und 23 Niederlagen

gibt, so hätte A in dieser Begegnung $65 \cdot 1 + 12 \cdot 0.5 + 23 \cdot 0 = 71$ Punkte erzielt. Seine Erfolgsquote ist also „71 aus 100“, also $\mathbf{71/100 = 0.71}$.

Das ist sehr hypothetisch, denn wann kommt es schon einmal vor, dass man 100 Partien gegeneinander spielt? Es ist aber *ein wichtiger Grundgedanke des Elo-Systems*:

> Es soll möglich sein, zwei Spielern A und B eine „relative Gewinnerwartung“ zuzuordnen. Das soll – aus Sicht von A – eine Zahl g zwischen Null und Eins mit der folgenden Interpretation sein: Wenn die beiden ganz viele Spiele gegeneinander spielen könnten, so wäre der Quotient „Von A erzielte Punkte geteilt durch Anzahl der Spiele “ nahe bei g. Aus Sicht von B wäre die entsprechende Zahl dann $1 - g$.

Beispiele: 1. Angenommen, das System ergibt $g = 0.75$. Dann sollte sich B Sorgen machen, denn bei „vielen“ Spielen zwischen A und B würde die Erfolgsquote von A bei beeindruckenden 0.75 liegen. B muss aber trotzdem nicht verzweifeln, denn wie es in dem nächsten Spiel ausgeht, ist völlig offen.

2. Bei gleichstarken Spielern sollte sich $g = 0.5$ ergeben, da ja beide die gleiche Gewinnerwartung haben.

1.2 Potenzen

Zum Verständnis des Elo-Systems benötigen wir fast ausschließlich Potenzen von 10. Alle folgenden Überlegungen können aber auf beliebige positive Zahlen übertragen werden.

Das Produkt $10 \cdot 10 = 100$ kürzt man mit 10^2 (gesprochen „10 hoch 2“) ab, bei drei Faktoren $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ schreibt man 10^3 („10 hoch 3“) und allgemein bei k Faktoren 10^k („10 hoch k“). Die Zahl k heißt dabei der *Exponent* und 10^k ist „die k-te Potenz von 10“.
Analog geht es für andere Zahlen als 10: Es ist zum Beispiel $4^2 = 4 \cdot 4 = 16$ und $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$.

Potenzen sind praktisch, wenn man große Zahlen beschreiben will. So ist 10^6 schon eine Million, es gibt etwa 10^{23} sichtbare Sterne, und die Anzahl der Atome im Weltall wird auf 10^{80} geschätzt.
Die Zahlen wachsen unerwartet schnell, man spricht von *exponentiellem Wachstum*. (Ein mit Schach zusammenhängendes Beispiel für exponentielles Wachstum – da geht es allerdings „nur“ um des Wachstum der Zahlen 2^k – findet man im letzten Abschnitt unter dem Stichwort „Reiskornparabel“.)

Damit ist definiert, was 10^k für die Zahlen $k = 1, 2, 3, \ldots$ bedeutet. Zum Verständnis des Elo-Systems muss man aber auch wissen, was 10^k für negative und gebrochene Zahlen ist. Die Begründung dafür, dass man es genau *so* macht wie nachstehend beschrieben, ist ein bisschen verwickelt und kann hier nicht gegeben werden. (Ganz kurz gesagt will man erreichen, dass man am Ende einfache Formeln für das Rechnen mit Potenzen hat.)

Erste Verallgemeinerung: $k = 0$. Was ist 10^0 ? Die naive Übertragung „das Produkt von überhaupt keinen Zehnen“ ist sicher sinnlos. Man definiert einfach 10^0 als 1.

Zweite Verallgemeinerung: negative Zahlen, also $k = -1, -2, , -3, \ldots$. Um 10^{-k} zu berechnen, bestimme man zunächst 10^k und nehme dann den Kehrwert: 10^{-k} ist als $1/10^k$ erklärt. So ist etwa $10^{-2} = 1/100$. Diese Verallgemeinerung ist praktisch, um *sehr kleine* Werte zu beschreiben. So ist etwa die Größe eines Atomkerns ungefähr 10^{-14} Meter.

Dritte Verallgemeinerung: Brüche. Hier geht es zunächst um das *Wurzelziehen*, das ist die Umkehrung des Potenzierens. Wenn zum Beispiel nach der Wurzel aus 100 gefragt wird, so ist diejenige Zahl x gesucht, für die $x^2 = 100$ gilt. Das ist die 10, und man schreibt $\sqrt{100} = 10$ oder auch $100^{1/2} = 10$. Gesprochen wird das „Wurzel aus 10“ bzw. „10 hoch einhalb“.
Ganz analog kommen die Gleichungen $\sqrt{1} = 1^{1/2} = 1$, $\sqrt{10000} = 10000^{1/2} = 100$, $\sqrt{81} = 81^{1/2} = 9$ usw. zustande: Denn $1^2 = 1, 100^2 = 10000, 9^2 = 81$.

Nicht immer geht es so glatt auf. Was ist denn zum Beispiel $\sqrt{10} = 10^{1/2}$?. Für $x = 3$ ist $x^2 = 9$, das ist zu wenig! Und für $x = 4$ ist $x^2 = 16$, das ist viel zu viel! Wir brauchen also ein x, das „ein bisschen“ größer als 3 ist. Der Taschenrechner verrät:

$$\sqrt{10} = 10^{1/2} = 3.162277660168379...$$

Die Pünktchen (die zeigt der Taschenrechner nicht) deuten an, dass der angegebene Wert noch nicht ganz genau ist. Tatsächlich müsste es noch unendlich lange weitergehen, um die Wurzel aus 10 exakt zu beschreiben.

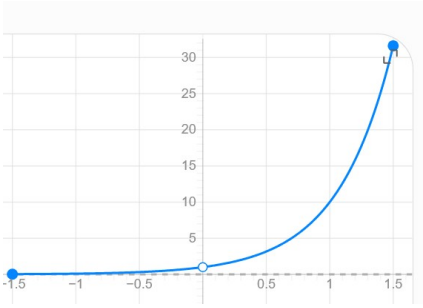
Was man für die zweite Potenz macht, kann man auch für die dritte, vierte usw. durchführen. Man spricht dann von der dritten, vierten usw. Wurzel. So ist die dritte Wurzel aus 1000 gleich 10, denn $10^3 = 1000$. Das schreibt man dann als $\sqrt[3]{1000} = 10$ oder auch als $1000^{1/3} = 10$. Meist geht das auch hier nicht so glatt auf, zum Beispiel ist $10^{1/3} = 2.1544346900...$. Es ist nicht überraschend, dass man bei der vierten Wurzel, etwa aus 10, etwas sucht, dass als vierte Potenz die Zahl 10 hat und dass man das als $\sqrt[4]{10}$ oder als $10^{1/4}$ schreibt. (Es ist übrigens $10^{1/4} = 1.778279410038923...$.) Und ganz allgemein:

> Ist $r = 1, 2, 3, \ldots$, so ist $10^{1/r}$ diejenige Zahl x, für die $x^r = 10$ gilt. Man schreibt dafür $\sqrt[r]{10}$ oder auch $10^{1/r}$ und nennt x die *r-te Wurzel aus* 10.

Nun sind wir endlich bereit für *die letzte Definition*, die für die Elo-Formel benötigt wird:

> Ist k eine der Zahlen $\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots$ und $r = 1, 2, 3, \ldots$, so ist $10^{k/r}$ als $\left(10^{1/r}\right)^k$ definiert. Rechne also zunächst die r-te Wurzel aus 10 aus und nimm die in die k-te Potenz.

In einer typischen Elo-Formel könnte es notwendig sein, den Ausdruck $10^{120/400}$ zu berechnen. Das heißt ausführlich: „Berechne die 120-te Potenz der 400-ten Wurzel“ aus 10. (Da – nach Kürzen – $120/400 = 3/10$ ist, könnte man genau so gut die dritte Potenz der zehnten Wurzel bestimmen.)
Man kann sich einen ungefähren Überblick über das Verhalten der $10^{k/r}$ verschaffen, indem man für viele k/r den Wert $10^{k/r}$ berechnet und dann den Funktionsgraphen zeichnet: Über dem Wert k/r auf der x-Achse wird die Höhe $10^{k/r}$ abgetragen, und diese Punkte werden zu einer Kurve verbunden. Das sieht dann – ChatGPT sei Dank – so aus:



$10^{k/r}$ für verschiedene k/r.

Man kann sehen:

- Erwartungsgemäß ist $10^0 = 1$ und $10^1 = 10$ gezeichnet.
- Für negative bzw. positive k/r fällt bzw. steigt die Kurve sehr schnell gegen Null bzw. Unendlich.
- Auch die Werte für $k/r = 1/2$ und $k/r = 1/2$, die weiter oben angegeben wurden, finden sich wieder.

1.3 Logarithmen

Man kann das Berechnen von Potenzen auch umkehren: Um den *Zehnerlogarithmus einer Zahl* y zu finden, muss man eine Zahl x so bestimmen, dass $10^x = y$ ist. So ist der Zehnerlogarithmus von 1000 gleich 3 (denn $10^3 = 1000$), der von $1/10$ ist -1 (denn $10^{-1} = 1/10$), und wegen $10^{1/2} = 0.3162277...$ ist der Zehnerlogarithmus von $0.3162277...$ gleich $1/2$.

2. Die Elo-Wertung

Wir sind nun kurz davor, die Elo-Zahlen kennen zu lernen. Es gibt *drei Fragen* zu klären:

- Angenommen, zwei Spieler haben schon eine Elo-Zahl. Wie wird daraus die Gewinnwahrscheinlichkeit berechnet?
- Wie verändert sich die Elo-Zahl der beiden Spieler, wenn die Partie als Sieg oder als Remis ausging?
- Wie bekommt ein Anfänger seine erste Elo-Zahl?

Antwort auf Frage 1: Angenommen, zwei Spieler A und B treten gegeneinander an. Sie werden dann eine – in der Regel unterschiedliche – Spielstärke haben. Wenn wir dafür Zahlen wählen, etwa S_A und S_B, so sollte die Gewinnwahrscheinlichkeit entsprechend dieser Zahlen zu berechnen sein, nämlich

- Gewinnwahrscheinlichkeit für A: $\frac{S_A}{S_A+S_B}$.
- Gewinnwahrscheinlichkeit für B: $\frac{S_B}{S_A+S_B}$.

So erreicht man wirklich, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit für gleichstarke Spieler (also für $S_A = S_B$) gleich 0.5 ist und dass im Fall $S_A > S_B$ bei vielen Spielen mehr Siege für A zu erwarten sind. Denn dann ist $\frac{S_A}{S_A+S_B} > 0.5$.
Was hat das mit den Elo-Zahlen zu tun? Man definiert die Elo-Zahl R eines Schachspielers/einer Schachspielerin so, dass die Spielstärke S durch

$$S = 10^{R/400}$$

gegeben ist. (**Warum man das genau so macht, wird gleich erläutert.**)
Haben also zwei Spieler A und B die Elo-Zahlen R_A bzw. R_B, bedeutet das für die Gewinnwahrscheinlichkeiten

- Die Gewinnwahrscheinlichkeit für A ist $\frac{10^{R_A/400}}{10^{R_A/400}+10^{R_B/400}}$.
- Die Gewinnwahrscheinlichkeit für B ist $\frac{10^{R_B/400}}{10^{R_A/400}+10^{R_B/400}}$.

Ist etwa $R_A = 1800$ bzw. $R_B = 1600$, so könnte man folgern:

- Für A: $\frac{10^{1800/400}}{10^{1800/400}+10^{1600/400}} \approx 0.76$.
- Für B: $\frac{10^{1400/400}}{10^{1800/400}+10^{1600/400}} \approx 0.24$.

Dass die Aussichten von A wegen der höheren Elo-Zahl besser stehen, ist nicht überraschend, aber durch die Formel wird es auch noch quantifiziert.
Durch Anwendung der Rechenregeln für Potenzen, die wir hier nicht wiederholt haben, können die Formeln vereinfacht werden. Es ist etwa

$$\frac{10^{R_A/400}}{10^{R_A/400}+10^{R_B/400}} = \frac{1}{1+10^{(R_B-R_A)/400}}.$$

Daraus kann man ablesen, dass die Gewinnerwartung für A nur von der Differenz der Elo-Zahlen, also von $R_A - R_B$ abhängt. Ob die Zahlen nun 1800 und 1600 sind oder 2300 und 2100, es kommt immer 0.76 heraus, weil der Unterschied der Elo-Zahlen in beiden Fällen 200 ist. (Man könnte das als „etwa dreimal so gut“ interpretieren, da die Punkte in etwa im Verhältnis 75 zu 25 aufgeteilt werden.)
Die Frage ist naheliegend, *warum die Elo-Zahlen ausgerechnet so festgesetzt* werden. Warum steht die Elo-Zahl im Exponenten, warum wird ausgerechnet durch 400 geteilt?
Warum steht R im Exponenten? Man hätte ja auch statt der Elo-Zahl die hypothetische Spielstärke S als Maß für die relative Stärke der Spielerinnen und Spieler nehmen können. Statt der Elo-Zahlen R würden in den Tabellen nur die Zahlen $10^{R/400}$ aufgeführt werden. Das wäre für die Berechnung der Gewinnwahrscheinlichkeiten sogar einfacher.
Der Nachteil: Dann gäbe es für Spielerinnen und Spieler unterschiedlicher Stärke gigantische Unterschiede in der Größenordnung, zum Beispiel den Wert 10000 für viele Vereinsspieler und 10.000.000 für Magnus Carlsen. Durch den Übergang von $10^{R/400}$ zu R (also im Wesentlichen durch den Übergang zum Logarithmus) ergeben sich die uns gewohnten Elozahlen im Bereich von 1000 bis 3000.
Warum wird ausgerechnet durch 400 geteilt? Das ist tatsächlich völlig willkürlich, man hätte die 400 auch weglassen oder durch eine beliebige andere positive Zahl ersetzen können. Durch die 400 wird nur erreicht, dass Elo-Zahlen in der Regel (also außer für Anfänger und Schach-Engines) im Bereich von 1000 bis 3000 liegen. Und damit waren sie bei ihrer Einführung mit damals schon etablierten Systemen vergleichbar. Das kann man so zusammenfassen:

> **Der mathematische Hintergrund für die Definition der Elo-Zahl: Man wählt als Bewertung im Wesentlichen den Logarithmus der Spielstärke.**

Antwort auf Frage 2: Klar ist, dass nach einem Sieg bzw. einer Niederlage die Elo-Zahl steigen bzw. fallen sollte. Doch wie viel? Ein Sieg gegen einen starken Gegner sollte sicher zu einer höheren Steigerung führen als ein Sieg gegen einen schwächeren. Und auch ein Remis gegen einen viel stärkeren Gegner sollte für mich zu einer Steigerung führen.
Im Elo-System ist das so gelöst.

Wir betrachten es aus der Sicht von A. Vor dem Spiel konnte man doch die Gewinnerwartung berechnen, also $\frac{10^{R_A/400}}{10^{R_A/400}+10^{R_B/400}}$. Wir nennen diese Zahl E. Nun ist das Spiel vorbei, und A hat gewonnen, Remis gespielt oder verloren. Sein Punktzuwachs ist also 1 (Sieg), 0.5 (Remis) oder 0 (Verlust). Diese Zahl soll hier Z heißen.

Für die Veränderung der Elo-Zahl durch dieses Spiel wird $Z - E$ berechnet. Da E zwischen 0 und 1 liegt und Z nur die Werte $0, 0.5, 1$ annehmen kann, wird $Z - E$ zwischen -1 und 1 liegen. Diese Differenz wird noch mit einem Faktor k malgenomen, und dann wird die neue Elo-Zahl für A als „bisherige Elo-Zahl plus $k \cdot (Z - E)$“ festgesetzt.

Um das durch Beispiele zu erläutern, gehen wir von $k = 40$ aus (mehr dazu gleich).

Beispiele:

1. Beide Spieler haben die gleiche Elo-Zahl, es ist also $E = 0.5$. Angenommen, A gewinnt, also $Z = 1$. Dann steigt die Elo-Zahl von A um $40 \cdot (1 - 0.5) = 20$ Punkte. Entsprechend fällt die von B um 20 Punkte.

2. Nun sind wir im obigen Beispiel mit den Elo-Zahlen 1800 und 1600. Da haben wir schon ausgerechnet, dass $E = 0.76$. Angenommen, A schafft nur ein Remis, also $Z = 0.5$. Es ist $Z - E = 0.5 - 0.76 = -0.26$. Die Elo-Zahl von A verändert sich um $-0.26 \cdot 40 = -10.4$. Ihm werden also 10 Punkte abgezogen. Und B kann sich über eine Zuwachs von 10 Punkten freuen.

Wie kommt es zum Faktor $k = 40$? Angenommen man wählt das k recht groß bzw. ziemlich klein. Dann ändert sich die Elo-Zahl nach einigen Spielen ziemlich schnell oder ganz langsam. Deswegen hat sich die FIDE für ein recht kompliziertes Verfahren entschieden, das etwas vereinfacht so beschrieben werden kann:

- Es ist $k = 40$ für die ersten Partien mit Elo-Wertung. So soll erreicht werden, dass man nach nicht allzu vielen Spielen seine angemessene Elo-Zahl erreicht.
- Für die meisten Spieler ist $k = 20$.
- Hat ein Spieler schon eine hohe Elo-Zahl, so wird k zu $k = 10$ reduziert.

Wer es ganz genau wissen will, kann es auf Wikipedia im Abschnitt „Anpassung der Elo-Zahl“ nachlesen.

Antwort auf Frage 3: Wann ist man Elo-würdig? Man muss fünf Partien in Elo-gewerteten Turnieren gegen Gegner mit Elo-Zahlen gespielt haben (es muss also nicht ein einziges Turnier sein), und davon mindestens einen halben Punkt geholt haben, also mindestens eine Partie Remis gespielt oder gewonnen haben. Aus diesen Ergebnissen wird die erste Elo-Zahl ermittelt.

3. Folgerungen: die Kurzfassung

Für die meisten Schachliebhaberinnen und -liebhaber sind die folgenden Fakten wohl das Wichtigste:

a) Was ist die Elo-Zahl von Schachspielerinnen und Schachspielern?

Die Elo-Zahl ist eine ganze Zahl, die die relative Spielstärke misst. Haben zwei Spieler mit Elo-Zahl gegeneinander gespielt, so werden die Zahlen von beiden eventuell angepasst. Bei einem Sieg bzw. einer Niederlage steigt bzw. fallen sie, und bei einem Remis kann sie steigen oder fallen: Sie steigt bei einem Remis gegen einen stärkeren und fällt bei einem Remis gegen einen schwächeren Gegner.

Es ist ein besonders *fairer Aspekt des Systems*, dass Siege gegen starke Gegner mehr zählen als Siege gegen schwache. Und bei Niederlagen gegen starke Gegner führt das zu einem geringeren Elo-Abzug als bei Niederlagen gegen schwächere.

b) Was hat die Elo-Zahl mit Gewinnerwartungen zu tun?

Angenommen Spieler A spielt gegen Spielerin B. Die Gewinnerwartungen für A und B hängen dann von der Differenz der Elo-Zahlen ab.

Dabei ist zum Beispiel die Aussage „Die Gewinnerwartung für A ist 0.63“ so zu interpretieren: Würde A gegen B 100 Partien spielen, so würde A in diesem Miniturnier voraussichtlich etwa 63 Punkte erreichen. Dabei zählen Siege, Remis, Niederlagen 1 Punkt, 0.5 Punkte, 0 Punkte.

Wäre die Gewinnerwartung 0.5, so wären 50 Punkte zu erwarten usw.

Die genaue Formel für die Gewinnerwartung von A ist

$$\frac{10^{R_A/400}}{10^{R_A/400} + 10^{R_B/400}},$$

wobei R_A, R_B die Elo-Zahlen von A und B sind.

Es ist nicht dringend erforderlich, diese Formel genau zu kennen!
Denn für die meisten praktischen Zwecke möchte man doch nur eine grobe Einschätzung seiner Chancen haben. Hier ist eine Zusammenstellung:

- Angenommen, die Elo-Zahlen sind gleich. Dann ist die Gewinnerwartung für beide 0.5.
- Angenommen, der Unterschied der Elo-Zahlen ist 50. Die Gewinnerwartung für den besseren/schlechteren (die bessere/schlechtere) ist 0.57 bzw. 0.43.
- Angenommen, der Unterschied der Elo-Zahlen ist 100. Die Gewinnerwartung für den besseren/schlechteren (die bessere/schlechtere) ist 0.64 bzw. 0.36.
- Angenommen, der Unterschied der Elo-Zahlen ist 150. Die Gewinnerwartung für den besseren/schlechteren (die bessere/schlechtere) ist 0.70 bzw. 0.30.
- Angenommen, der Unterschied der Elo-Zahlen ist 200. Die Gewinnerwartung für den besseren/schlechteren (die bessere/schlechtere) ist 0.76 bzw. 0.24.
- Angenommen, der Unterschied der Elo-Zahlen ist 250. Die Gewinnerwartung für den besseren/schlechteren (die bessere/schlechtere) ist 0.81 bzw. 0.19.

c) Wo finde ich die Elo-Zahl meines Gegners, meiner Gegnerin?
Unter https://ratings.fide.com/. Man muss nur den Namen (Nachname, Komma, Vorname, „ö“ als „oe“ usw.) oben links eingeben unter „Fide-ID or name“ . Die Datei wird alle vier Wochen aktualisiert.

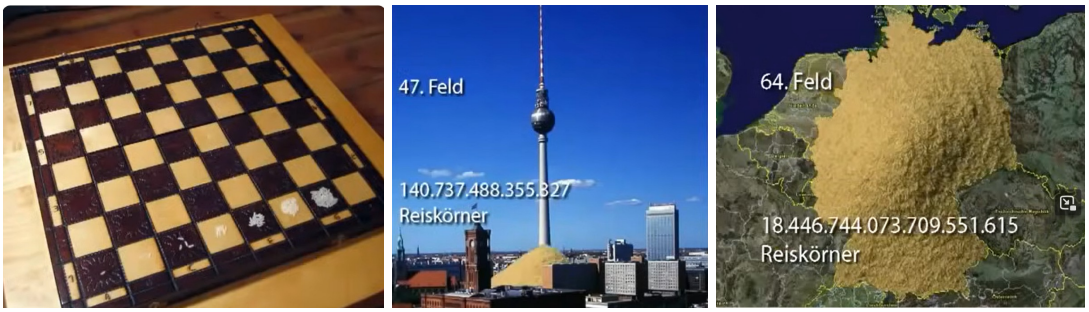
d) Ab wann ist mein Gegner/meine Gegnerin doppelt so gut wie ich?
Es ist naheliegend, „doppelt so gut“ so zu interpretieren: Wenn wir viele Partien spielen, erreicht er/sie die doppelte Punktzahl wie ich. Das bedeutet, dass die Gewinnerwartung für mich bei $1/3$ liegen muss: Ein Drittel der Punkte für mich, 2/3 für Gegner/Gegnerin.
Dazu muss die Gleichung $1 + 1/(1 + 10^{(R_A - R_B)/400}) = 1/3$ nach $R_A - R_B$ aufgelöst werden. Es folgt $R_A - R_B \approx 120$, also

Ein Unterschied der Elo-Zahlen von etwa 120 bedeutet eine Verdoppelung der Spielstärke.

Bei einem Unterschied von 240 ist es schon eine Vervierfachung, bei 360 eine Verachtfachung usw.
Man sollte also nicht naiv glauben, dass es eine Verdoppelung der Elo-Zahl ist, die zu einer Verdoppelung der Spielstärke gehört. Dann wäre Magnus Carlsen (Elo-Zahl etwa 2800) doppelt so stark wie ein 1400-Elo-Spieler. In Wirklichkeit liegen Welten zwischen diesen Niveaus. (Man muss etwa 12 Mal 120 zu 1400 addieren, um zu 2800 zu kommen, und $2^{12} = 4096$: *das* ist der Niveauunterschied. Der 1400-Spieler dürfte sich also kaum Hoffnung machen, gegen Carlsen zu gewinnen.)

4. Ergänzungen

a) Reiskornparabel
Wir haben uns in Abschnitt 1 ausführlich um Potenzen und exponentielles Wachstum gekümmert. Zur Veranschaulichung kann man die Reiskornparabel heranziehen, in der Schach ja auch eine prominente Rolle spielt. Wie viele Reiskörner braucht man insgesamt, wenn ein einziges Reiskorn auf das erste Feld eines Schachbretts gelegt wird, dann zwei auf das nächste, vier auf das dritte usw.?: Die Anzahl wird also immer verdoppelt.



Drei Bilder aus meinem Film über die Reiskornparabel.

Ich habe dazu – unter Verwendung von Fotomontagen, die meine Frau hergestellt hat – ein *Video* produzieren lassen, das man sich unter https://www.youtube.com/watch?v=jWXLNPrVhfw ansehen kann. (Falls das nicht klappen sollte, kann man auch „schach reiskornparabel behrends youtube“ googeln.)

b) Schachtitel

Der Weltverband FIDE verleiht Titel, die im Wesentlichen von der erreichten Elo-Zahl abhängen. (Zusätzlich sind noch gewisse Turnierleistungen erforderlich.)

- Für den Titel Candidate Master (CM) muss man einmal die Elo-Zahl 2200 geschafft haben.
- Man kann FIDE-Meister (FM) werden, wenn man mindestens einmal 2300 Elo-Punkte erreicht hat.
- Beim internationalen Meister (IM) sind es 2400 Punkte.
- Und für den Großmeister (GM) werden 2500 Punkte verlangt.

Für Frauen gelten leicht abgesenkte Werte.

c) Rekorde

Als *noch lebender Rekordhalter* gilt *Magnus Carlsen*, der 2014 die Elo-Zahl 2882 erreichte. Jetzt, im Oktober 2026, liegt er bei 2823.
Auch für *Schachspieler der Vergangenheit* wurden Elo-Zahlen ermittelt, wobei die Vergleichbarkeit nicht ganz unproblematisch ist. Da kam *Bobby Fischer* 1971 auf 2895 Punkte.
Und nimmt man *Computer* in die Wertung auf, steigen die Zahlen dramatisch. Handelsübliche „klassische“ Schachcomputer bringen es auf Elo-Zahlen bis etwa 2400. Seit einiger Zeit wird intensiv künstliche Intelligenz genutzt, da steigt der Rekord auf 3600 (Stockfish).

d) Muss das so kompliziert sein?

Ja! Angenommen, man möchte ein Bewertungssystem entwickeln, das die folgenden Bedingungen erfüllt:

- Man sucht eine Zahl zur Bewertung.
- Sie hängt mit der Spielstärke zusammen. Hat man die Spielstärke von Spielern A, B als S_A, S_B festgesetzt, so ist als Gewinnerwartung für A die Zahl $\frac{S_A}{S_A+S_B}$ zu erwarten. Das ist naheliegend.
- Man möchte bei der Einschätzung der eigenen Chancen für das nächste Spiel die Gewinnerwartung leicht ermitteln können: Differenzen sind da einfacher zu überschauen als Quotienten.
- Die für real existierenden Schachspieler relevanten Bereiche sollen in einem überschaubaren Bereich liegen, etwa zwischen 1000 und 3000.

Und wenn man diesen Wunschzettel erfüllen möchte, *muss* man es im Wesentlichen so machen, wie es jetzt von der FIDE realisiert ist. Lediglich der Bereich (wo liegen die Zahlen?) und die Frage, wie schnell man seine „richtige“ Bewertung erreicht hat, sind willkürlich festgesetzt.

e) Rechenregeln für Potenzen

Manche der oben angegebenen Definitionen für Potenzen scheinen nicht wirklich logisch zu sein. Warum zum Beispiel ist 10^0 („0 Zehnen miteinander multipliziert“) gleich 1 oder $10^{1/2}$ („eine halbe Zehn miteinender multipliziert“) die Wurzel aus Zehn?
Der Grund: Nur auf diese Weise kommt man zu den bekannten Rechenregeln für Potenzen, die dann auch für negative und gebrochene Zahlen x, y gelten:

$$10^x \cdot 10^y = 10^{x+y}, \quad \frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}.$$

Die haben eine bemerkenswerte Konsequenz, sie ermöglichen die *Logarithmenrechnung*. Für viele Jahrhunderte (bis zum Aufkommen der Elektronikrechner) war sie ein wirklich unverzichtbares Hilfsmittel von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern, und bis vor wenigen Jahren gehörte es auch noch zum verbindlichen Schulstoff.

Die Grundidee: *Multiplikationsaufgaben werden in Additionsaufgaben verwandelt*. Das ist eine erhebliche Erleichterung, denn addieren ist viel leichter als multiplizieren.
Als Beispiel stellen wir uns vor, dass Monika (die sehr ungern multipliziert) die Aufgabe $3.14 \cdot 14.23$ lösen soll. Da schaut sie zunächst in einer Tabelle (der Logarithmentafel) nach, wie die Logarithmen der Faktoren 3.14

und 14.23 sind. Sie stellt fest: $3.14 = 10^{0.4969}$ und $14.23 = 10^{1.1532}$, die Logaritmen sind also 0.4969 bzw. 1.1532. Die Potenzrechengesetze liefern die Gleichung

$$3.14 \cdot 14.23 = 10^{0.4969} \cdot 10^{1.1532} = 10^{0.4969+1.1532}.$$

Nun muss sie nur noch $0.4969 + 1.1532$ ausrechnen. Das kann sie, denn beim Addieren ist sie wirklich gut. Das Ergebnis ist 1.6501. Damit weiß sie zwar immer noch nicht, was $3.14 \cdot 14.23$ ist, aber sie kann sicher sein, dass $3.14 \cdot 14.23 = 10^{1.6501}$. Und diese Potenz findet sie ebenfalls in der Logarithmentafel: $10^{1.6501} = 44.48$. Und das können Leute, die multiplizieren können, auch direkt nachprüfen.
Die Werte weit rechts hinter dem Komma sind manchmal ein bisschen unzuverlässig, das spielt aber für die allermeisten praktischen Anwendungen keine Rolle. Bei *Rechenschiebern* (einem Ersatz für Logarithmentafeln, man sieht sie heute nur noch im Museum) ist die Genauigkeit sogar noch etwas geringer. Sie reichte aber den Ingenieuren bei den meisten Rechnungen aus.

f) Kurzvorstellung des Autors

Ich bin Professor für Mathematik im Ruhestand an der FU Berlin. Neben fachlichen Arbeiten habe ich Zeitungsartikel und Bücher für die interessierte Öffentlichkeit geschrieben. Es gab zum Beispiel für zwei Jahre die Kolumne „Fünf Minuten Mathematik“ in der WELT; daraus ist ein Buch gleichen Namens entstanden, das inzwischen in neun Sprachen übersetzt wurde.
Nach vielen Jahren als Hobbyspieler bin ich seit drei Jahren im Schachverein Lasker Steglitz-Wilmersdorf.

Für diesen Artikel wurde viel im Internet recherchiert, und ich habe mich – hoffentlich nicht zu naiv – darauf verlassen, dass alle übernommenen Fakten (Jahreszahlen, Elo-Zahlen, ...) richtig sind.